

## **APLIKASI METODE EKSPONENSIAL DAN LOGISTIK DALAM MERAMALKAN JUMLAH PENDUDUK KABUPATEN KARAWANG PADA TAHUN 2020**

**UCE<sup>1)</sup>, POPPY SILVY<sup>1)</sup>, RIYANTI SUHAEMI<sup>1)</sup>, HENDRA KARTIKA<sup>2)</sup>**

<sup>1)</sup>Mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSIKA

<sup>2)</sup>Dosen Program Studi Pendidikan Matematika FKIP UNSIKA

Email: poppsilvy17@gmail.com

**Abstrak.** Masalah jumlah penduduk merupakan salah satu masalah yang ada di Indonesia khususnya di Kabupaten Karawang karena tingkat pertumbuhannya yang sangat cepat, jika dihubungkan dengan daya dukung bumi yang statis. Pada tahun 2016 Karawang masih merupakan kabupaten dengan jumlah penduduk terbesar ke-8 di Jawa Barat setelah Bogor, Bandung, Bekasi, Kota Bekasi, Garut, Kota Bandung, dan Sukabumi. Penelitian ini mengulas pertumbuhan penduduk di Kabupaten Karawang dan mencoba untuk menemukan, menjelaskan dan meramalkan pertumbuhan penduduk di Kabupaten Karawang pada tahun 2020. Metode yang digunakan untuk meramalkan pertumbuhan penduduk di Kabupaten Karawang dengan menggunakan model pertumbuhan eksponensial dan logistik berdasarkan data dari Badan Pusat Statistik Jawa Barat pada tahun 2011-2016. Model eksponensial 2 dan Model Logistik masing-masing meramalkan jumlah penduduk Kabupaten Karawang pada tahun 2020 adalah 2.399.186 dan 2.377.305.

*Kata Kunci :* Metode Eksponensial, Metode Logistik, Pertumbuhan Penduduk.

### **1. Pendahuluan**

Pada umumnya pertumbuhan jumlah penduduk kini semakin tidak dapat dikendalikan. Pertumbuhan dunia industri yang semakin pesat di Kabupaten Karawang ternyata menjadi daya tarik yang kuat bagi para penduduk dari daerah lain untuk berbondong-bondong datang ke Kabupaten Karawang dengan alasan mencari pekerjaan. Akibatnya setiap tahun jumlah penduduk Kabupaten Karawang semakin bertambah. Jumlah penduduk di Kabupaten Karawang merupakan data berkala yang dikumpulkan menurut waktu dari tahun 2011-2016, untuk menggambarkan pertumbuhan jumlah penduduk di Kabupaten Karawang pertahunnya. Data berkala tersebut digunakan untuk meramalkan jumlah penduduk Kabupaten Karawang pada tahun 2020. Selanjutnya data hasil ramalan tersebut dapat berguna untuk dasar pembuatan perencanaan pemerataan penduduk, baik jangka pendek, menengah, maupun jangka panjang.

### **2. Metode**

Metode penelitian yang digunakan adalah studi kasus jumlah penduduk di Kabupaten Karawang. Data dalam penelitian ini adalah data jumlah penduduk yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Jawa Barat di Kabupaten Karawang dari tahun 2011-2016. Data yang sudah diperoleh diolah dengan menggunakan metode Eksponensial dan Logistik untuk mendapatkan data ramalan jumlah penduduk Kabupaten Karawang pada tahun 2020.

### 3. Hasil dan Pembahasan

#### 1. Model Populasi Eksponensial

Hukum Maltus atau hukum pertumbuhan eksponensial berbunyi : Laju pertumbuhan suatu populasi (mikroba, bakteri, serangga, manusia, binatang) sebanding dengan populasi saat itu. Jika  $y$  menyatakan jumlah populasi setiap saat, maka Hukum Maltus dinyatakan dengan:

$$\frac{dy}{dt} = ky \quad (1)$$

Kita ingin menyelesaikan  $\frac{dy}{dt} = ky$  dengan syarat bahwa  $y = y_0$  ketika  $t = 0$ . Dengan memisahkan variabel- variabel dan mengintegrasikan, kita memperoleh,

$$\frac{dy}{y} = k dt$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int k dt$$

$$\ln y = kt + C$$

Syarat  $y = y_0$  pada  $t = 0$  memberikan  $C = \ln y_0$ . Sehingga

$$\ln y - \ln y_0 = kt$$

Atau

$$\ln \frac{y}{y_0} = kt$$

Perubahan ke bentuk eksponen menghasilkan

$$\frac{y}{y_0} = e^{kt}$$

Sehingga diperoleh

$$y = y_0 e^{kt}$$

Keterangan :

$y$  = jumlah penduduk tahun  $t$

$y_0$  = jumlah penduduk tahun dasar

$t$  = waktu

Ketika  $k > 0$ , tipe pertumbuhan ini disebut pertumbuhan eksponensial, dan ketika  $k < 0$ , dia disebut peluruhan eksponensial.

#### 2. Model Populasi Logistik

Model populasi logistik adalah model pertumbuhan yang memperhitungkan faktor logistik. Model ini mengasumsikan bahwa pada waktu tertentu jumlah populasi akan mendekati titik keseimbangan, pada titik ini jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama.

Suatu model logistik diawali dengan model pertumbuhan eksponensial dan menciptakan suatu ekspresi yang mengurangi nilai  $a$  ketika  $P$  meningkat. Jika ukuran populasi maksimum yang dapat dipertahankan adalah  $\frac{a}{b}$ , maka  $\frac{a}{b} - P$  akan memberikan petunjuk berapa banyak

individu tambahan yang dapat ditampung oleh lingkungan tersebut, dan  $\frac{\frac{a}{b} - P}{\frac{a}{b}} = \frac{a - bP}{a}$

memberikan petunjuk berupa  $\frac{a}{b}$  yang masih tersedia untuk pertumbuhan populasi.

Persamaan yang telah dimodifikasi menggunakan syarat baru adalah :

$$\frac{dP}{dt} = aP \left( \frac{a - bP}{a} \right) = \frac{a^2 P - abP^2}{a} = aP - bP^2$$

$$\frac{dP}{dt} = aP - bP^2$$

Model ini merupakan persamaan differensial nonlinear yang mempunyai solusi :

$$\frac{dP}{aP - bP^2} = dt$$

$$\int \frac{1}{a} \left( \frac{1}{P} + \frac{b}{a - bP} \right) dP = \int dt$$

$$\frac{1}{a} \left( \int \frac{1}{P} dP + \int \frac{b}{a - bP} dP \right) = t + c$$

$$\frac{1}{a} (\ln P - \ln(a - bP)) = t + c$$

Dengan mensubstitusi nilai c, persamaan diatas menjadi :

$$\ln \frac{P}{a - bP} - \ln \frac{P_0}{a - bP_0} = at$$

$$\ln \frac{P(a - bP_0)}{P_0(a - bP)} = at$$

Dengan melakukan pengeksponensial pada kedua ruas, diperoleh :

$$\frac{P(a - bP_0)}{P_0(a - bP)} = e^{at}$$

$$P_0(a - bP)e^{at} = P(a - bP_0)$$

$$aP_0e^{at} - bPP_0e^{at} = P(a - bP_0)$$

$$aP_0e^{at} = P(a - bP_0) + P(bP_0e^{at})$$

$$aP_0e^{at} = P(a - bP_0 + bP_0e^{at})$$

$$P = \frac{aP_0e^{at}}{(a - bP_0 + bP_0e^{at})} \text{ (Bagi dengan } bP_0e^{at} \text{)}$$

$$P = \frac{\frac{a}{b}}{1 + \left( \frac{a - bP_0}{bP_0} \right) e^{kt}}$$

$$P = \frac{\frac{a}{b}}{1 + \left( \frac{a}{bP_0} - 1 \right) \frac{1}{e^{kt}}}$$

$$P(t) = \frac{\frac{a}{b}}{1 + \left( \frac{\frac{a}{b}}{P_0} - 1 \right) e^{-at}}$$

Substitusikan nilai  $K = \frac{a}{b}$  ke dalam persamaan diatas

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left( \frac{K}{P_0} - 1 \right) e^{-at}}$$

$$P(t) = \frac{K}{1 + \left( \frac{K - P_0}{P_0} \right) e^{-at}}$$

Substitusikan  $A = \left( \frac{K - P_0}{P_0} \right)$  ke dalam persamaan diatas

$$P(t) = \frac{K}{1 + Ae^{-at}}$$

Persamaan di atas dikenal sebagai Model populasi logistik.

Tabel 1 berikut merupakan data jumlah penduduk Kabupaten Karawang pada tahun 2011-2016 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Jawa Barat.

Tabel 1. Jumlah Penduduk dan Laju Pertumbuhan

Tahun	Jumlah Penduduk	Pertumbuhan Penduduk Pertahun ( % )
2011	2.172.289	1,25%
2012	2.199.394	1,18%
2013	2.225.383	1,11%
2014	2.250.120	1,04%
2015	2.273.579	0,97%
2016	2.295.778	

(Sumber : <https://jabar.bps.go.id/linkTableDinamis/view/id/15>)

Langkah selanjutnya data tersebut disajikan sebagai dasar acuan untuk meramalkan jumlah penduduk Kabupaten Karawang pada tahun 2020.

## 1. Model Eksponensial 1

Mencari nilai K dengan data 2011 ke 2012, artinya  $t = 1$  maka diperoleh

$$y = y_0 e^{kt}$$

$$2.199.394 = 2.172.289 e^{kt}$$

$$K = \ln\left(\frac{2.199.394}{2.172.289}\right)$$

$$\approx 0,0124004175$$

Dasar acuan tahun yang digunakan yaitu tahun 2011 yakni dengan jumlah penduduk 2.172.289 jiwa

( $y_0 = 2.172.289$ ) sehingga diperoleh rumus untuk model eksponensial 1 yaitu :

$$y = 2.172.289 e^{0,0124004175t}$$

Sedemikian sehingga diperoleh perhitungan prediksi , ketika :

$$t = 0 \text{ Maka } = 2.172.289$$

$$t = 1 \text{ Maka } \approx 2.199.394$$

$$t = 2 \text{ Maka } \approx 2.226.837$$

$$t = 3 \text{ Maka } \approx 2.254.623$$

$$t = 4 \text{ Maka } \approx 2.282.755$$

$$t = 5 \text{ Maka } \approx 2.311.239$$

## 2. Model Eksponensial 2

Dengan menggunakan pertumbuhan rata-rata penduduk pada tahun 2011-2016 sehingga diperoleh :

$$1,25 + 1,18 + 1,11 + 1,04 + 0,97 = 5,55$$

$$\Leftrightarrow \frac{5,55}{5} = 1,1$$

Jadi diperoleh pertumbuhan penduduk 1,11% , kemudian mencari nilai y sebagai berikut :

$$1,11 = \left(\frac{y - y_0}{y_0}\right) 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{y(1,11)}{100} = y - y_0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{y(1,11)}{100} + y_0 \quad (1)$$

Diketahui  $y_0 = 2.172.289$  , substitusikan ke persamaan (1) sehingga diperoleh

$$y \approx 2.196.401$$

Kemudian cari nilai k ketika  $t = 1$  sehingga diperoleh

$$y = y_0 e^{kt}$$

$$2.196.401 = 2.172.289 e^k$$

$$K = \ln\left(\frac{2.196.401}{2.172.289}\right)$$

$$K \approx 0,0110386614$$

Jadi diperoleh rumus untuk model eksponensial 2 yaitu :

$$y = 2.172.289e^{0,011038661t}$$

Sedemikian sehingga diperoleh perhitungan prediksi , ketika :

$$\begin{aligned} t = 0 \text{ Maka} &= 2.172.289 \\ t = 1 \text{ Maka} &\approx 2.196.401 \\ t = 2 \text{ Maka} &\approx 2.220.781 \\ t = 3 \text{ Maka} &\approx 2.245.431 \\ t = 4 \text{ Maka} &\approx 2.270.401 \\ t = 5 \text{ Maka} &\approx 2.295.555 \end{aligned}$$

### 3. Model Eksponensial 3

Mencari nilai K dengan data 2011 ke 2016, artinya  $t = 5$  maka diperoleh

$$\begin{aligned} y &= y_0 e^{kt} \\ 2.295.778 &= 2.172.289 e^{5k} \\ 5K &= \ln\left(\frac{2.295.778}{2.172.289}\right) \\ k &= \frac{\ln\left(\frac{2.295.778}{2.172.289}\right)}{5} \\ k &\approx 0,0110580667 \end{aligned}$$

Dasar acuan tahun yang digunakan yaitu tahun 2011 yakni dengan jumlah penduduk 2.172.289 jiwa ( $y_0 = 2.172.289$ )

sehingga diperoleh rumus untuk model eksponensial model 3 yaitu :

$$y = 2.172.289e^{0,012400417t}$$

Sedemikian sehingga diperoleh perhitungan prediksi , ketika :

$$\begin{aligned} t = 0 \text{ Maka} &= 2.172.289 \\ t = 1 \text{ Maka} &\approx 2.196.444 \\ t = 2 \text{ Maka} &\approx 2.220.867 \\ t = 3 \text{ Maka} &\approx 2.245.562 \\ t = 4 \text{ Maka} &\approx 2.270.531 \\ t = 5 \text{ Maka} &\approx 2.295.778 \end{aligned}$$

### 4. Model Logistik

$$\begin{aligned} P_{\max} &= \lim_{t \rightarrow \infty} P = \frac{a}{b} = \frac{P_1(P_0 P_1 - 2P_0 P_2 + P_1 P_2)}{P_1^2 - P_1 P_2} \\ P_0 &= 2.172.289 \\ P_1 &= 2.199.394 \\ P_2 &= 2.225.383 \end{aligned}$$

Sedemikian sehingga diperoleh  $\frac{a}{b} \approx 2.689.848$

Kemudian mencari nilai A sedemikian sehingga diperoleh

$$A = \left( \frac{K - P_0}{P_0} \right) = \left( \frac{2.689.848 - 2.172.289}{2.172.289} \right) \approx 0,2382551308$$

Maka berdasarkan rumus

$$P(t) = \frac{K}{1 + Ae^{-at}}$$

Ketika  $t = 1$ ,

$$P(t) = \frac{K}{1 + Ae^{-a}}$$

$$1 + Ae^{-a} = \frac{K}{P}$$

$$Ae^{-a} = \frac{K}{P} - 1$$

$$e^{-a} = \frac{\frac{K}{P} - 1}{A}$$

$$-a = \ln \left( \frac{\frac{K}{P} - 1}{A} \right) = \ln \left( \frac{\frac{K}{P} - 1}{\frac{K - P_0}{P_0}} \right)$$

$$-a = \ln \left( \frac{P_0 \left( \frac{K}{P} - 1 \right)}{K - P_0} \right) \approx -0,066192453$$

Sehingga diperoleh  $a \approx 0,066192453$

Jadi, rumus untuk model populasi logistik yaitu :

$$P(t) = \frac{2.689.848}{1 + 0,2382551308e^{-(0,066192453)t}}$$

Sedemikian sehingga diperoleh perhitungan prediksi, ketika :

$t = 0$  maka  $\approx 2.172.289$

$t = 1$  maka  $\approx 2.199.394$

$t = 2$  maka  $\approx 2.225.383$

$t = 3$  maka  $\approx 2.250.270$

$t = 4$  maka  $\approx 2.274.073$

$t = 5$  maka  $\approx 2.296.811$

Berdasarkan perhitungan diatas maka diperoleh data prediksi sebagai berikut:

Tabel 2. Jumlah penduduk berdasarkan hasil perhitungannya

Tahun	Jumlah Penduduk berdasarkan				
	BPS Jabar	Exponensial 1	Exponensial 2	Eksponensial 3	Model Logistik
2011	2.172.289	2.172.289	2.172.289	2.172.289	2.172.289
2012	2.199.394	2.199.394	2.196.401	2.196.444	2.199.394
2013	2.225.383	2.226.837	2.220.781	2.220.867	2.225.383
2014	2.250.120	2.254.623	2.245.431	2.245.562	2.250.270
2015	2.273.579	2.282.755	2.270.355	2.270.531	2.274.073
2016	2.295.778	2.311.239	2.295.555	2.295.778	2.296.811

Berdasarkan tabel 2 Peneliti beranggapan bahwa model eksponensial 2 dan logistik adalah model yang stabil dan mendekati data yang sebenarnya. Sehingga model eksponensial 2 dan logistik digunakan untuk meramalkan jumlah penduduk Kabupaten Karawang pada tahun 2020.

#### **4. Kesimpulan dan Saran**

##### **A. Simpulan**

Berdasarkan hasil dari pembahasan diatas model ekponensial dan logistik dapat digunakan untuk memprediksi jumlah penduduk kabupaten Karawang pada tahun 2020. Prediksi jumlah penduduk kabupaten Karawang pada sensus penduduk 2020 berdasarkan hasil model eksponensial 2 adalah 2.399.186 jiwa. Pada model logistik, prediksi jumlah penduduk kabupaten Karawang pada sensus penduduk 2020 sebesar 2.377.305 jiwa.

##### **B. Saran**

1. Jumlah penduduk setiap tahunnya terus bertambah, oleh karena itu Pemerintah Kabupaten Karawang diharapkan dapat mengambil tindakan perihal penentuan pembangunan dan peningkatan sumber daya manusia untuk kesejahteraan masyarakat Kabupaten Karawang
2. Untuk peneliti lain yang ingin melanjutkan penelitian yang serupa sebaiknya menggunakan model dan perhitungan yang lebih akurat.

#### **Referensi**

- [1] Badan Pusat Statistik Jawa Barat. (2017). Proyeksi Jumlah Penduduk Provinsi Jawa Barat, 2010-2016. [Online]. Tersedia: <https://jabar.bps.go.id/linkTableDinamis/view/id/15>. Diakses tanggal [6 Mei 2017]
- [2] Degeng,W.I. (2007). Kalkulus Lanjut Persamaan Diferensial dan aplikasinya. Jakarta: Graha Ilmu
- [3] Harianto, W. (2017). Jurnal Aplikasi Persamaan Diferensial Model Populasi Kontinu Pada Pertumbuhan Penduduk di Kediri. Artikel Skripsi. [Online]. Tersedia: [https://simki.lp2m.unpkediri.ac.id/mahasiswa/file\\_artikel/2017/12.1.01.05.0115.pdf](https://simki.lp2m.unpkediri.ac.id/mahasiswa/file_artikel/2017/12.1.01.05.0115.pdf). Diakses tanggal [6 Mei 2017]
- [4] Varberg, dkk.( 2008). Kalkulus Edisi Kesembilan, Jilid 1. Jakarta: Erlangga